

第一次作业反馈:

1.  $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  求  $f(0) = ?$

无意义  $\Rightarrow$  你可以给  $f(0)$  赋任何的值 但只有  $f(0) = 0$ ,  $f(x)$  才连续

即  $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

注: 语言要规范, 有些同学写了无解, 无值, 不太好.

2.  $f(g(x))$  其中  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = x+3$ .

求定义域  $\downarrow$

$f(g(x)) = \ln(x+3)$

$\downarrow$  你只要  $x+3 > 0$  即  $x > -3$ , 那  $f(g(x))$  就是有意义的

$\downarrow$  问的是  $f(g(x))$  的定义域啊

$\downarrow$  所以你只要让  $f(g(x))$  有意义即可

不用去管  $\ln x \Rightarrow x > 0$

一定区分!

3.  $f(x)$  的定义域为  $[0, 2]$  求  $f(x-1)$  定义域

$0 \leq x-1 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$

如果是说  $f(x-1)$  定义域为  $[0, 2]$ , 求  $f(x)$  定义域.

$\downarrow \in [0, 2]$   
 $-1 \leq x-1 \leq 1$

$f(x)$   
 $\downarrow$   
 $-1 \leq x \leq 1$

$\downarrow f(x) \quad x \in [-1, 1]$

可以回推  
就成了原题做法

$$c1), f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \text{ 求 } f \circ f.$$

解:  $f \circ f$  无定义, 需给出定义如  $f \circ f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

$$c2), f(x) = \begin{cases} |2x+1| + \frac{|x-1|}{1+x}, & x \neq -1 \\ 0, & x = -1 \end{cases} \text{ 求 } f \circ f$$

解: 代入即可  $f \circ f = 0$

$$c4), f(x-1) = x^2 + 1 \text{ 求 } f \circ f(x_0+h) - f \circ f(x_0)$$

解: 换元法令  $t = x-1$  则  $x = t+1$

$$f \circ f(t) = (t+1)^2 + 1 \Rightarrow f \circ f(t) = t^2 + 2t + 2 \Rightarrow f \circ f(x) = x^2 + 2x + 2$$

$$f \circ f(x_0+h) - f \circ f(x_0) = (x_0+h)^2 + 2(x_0+h) + 2 - x_0^2 - 2x_0 - 2$$

$$= h(h + 2x_0 + 2)$$

$$c7), f(x) = 1 + \lg x, g(x) = 1 + \sqrt{x}, \text{ 求 } f \circ g(x).$$

解:  $f \circ g(x) = 1 + \lg(1 + \sqrt{x})$

(11),  $g(x) = 1+x$ . 且当  $x \neq 0$  时,  $f \circ g(x) = \frac{1-x}{x}$  求  $f(\frac{1}{2})$ .

解: 令  $g(x) = \frac{1}{2}$   $\frac{1}{2} = 1+x \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ .

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1 - (-\frac{1}{2})}{-\frac{1}{2}} = -3$$

(13), 设  $f(\cos x) = 3 - \cos 2x$ . 求  $f(\cos 4x)$

解: 二倍角公式 + 换元.

$$f(\cos x) = 3 - (1 - 2\sin^2 x) = 2 + 2\sin^2 x$$

$$\text{令 } \sin x = t$$

$$f(t) = 2 + 2t^2 \Rightarrow f(x) = 2 + 2x^2$$

$$\text{ii } f(\cos 4x) = 2 + 2\cos^2 4x = 3 + \cos 8x.$$

求定义域.

(17)  $f[g(x)]$  其中  $f(x) = \lg x$ ,  $g(x) = x+3$

解: ① 对于  $\lg x$ ,  $x > 0$

$$\text{ii } g(x) > 0 \Rightarrow x > -3.$$

$$x \in (-3, +\infty)$$

$$(18), f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x^2}, & |x| \leq 3 \quad \text{--- ①} \\ x^2-9, & 3 < |x| < 4 \quad \text{--- ②} \end{cases}$$

解: ① 需同时满足  $9-x^2 \geq 0$ ,  $|x| \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ 3 < x < 4 \text{ 或 } -4 < x < -3 \end{cases}$

② 要  $3 < |x| < 4$

$$\downarrow \\ x \in (-4, 4)$$

1.13.  $y = \frac{x-1}{\lg x} + \sqrt{16-x^2}$

解:  $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 16-x^2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \lg x \text{ 作分母} \Rightarrow x \in (0, 1) \cup (1, 4]$

1.14. 设  $f(x)$  定义域为  $[0, 2]$  求  $f(x-1)$  的定义域.

解:  $\begin{cases} 0 \leq x-1 \leq 2 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases}, x \in [1, 3]$

1.17 设  $f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$  且  $0 \leq a \leq 0.5$ . 求  $f(x+a) + f(x-a)$  定义域.

解:  $\begin{cases} 0 \leq x+a \leq 1 \\ 0 \leq x-a \leq 1 \end{cases} \quad \text{且 } 0 \leq a \leq 0.5$   
 $\downarrow a \geq -a, 1+a \geq 1-a$   
 $\begin{cases} -a \leq x \leq 1-a \\ a \leq x \leq 1+a \end{cases} \rightarrow x \in [a, 1-a]$

1.1.13.